

**Clasa a IX-a**

**S:L25.297.** Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  un șir de numere naturale pentru care cel mai mare divizor comun al numerelor  $m$  și  $n$  divide  $a_n + a_m$ , pentru orice numere distincte  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că 2025 divide  $a_{2025}$ .

Olimpiadă Rusia

**S:L25.298.** Fie  $ABCD$  un patrulater convex astfel încât diagonalele sale, care se intersectează în  $E$ , sunt perpendiculare. Arătați că simetricele lui  $E$  față de laturile patrulaterului sunt puncte conciclice.

\* \* \*

**S:L25.299.** Fie  $x, y, z > 0$  cu  $xyz = 1$ . Arătați că

$$(x^4 + y)(y^4 + z)(z^4 + x) \geq (x + y^2)(y + z^2)(z + x^2).$$

Olimpiadă Turcia

**S:L25.300.** Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  un șir de numere reale pozitive pentru care

$$a_n = \max_{s,t < n} a_s a_t - \min_{s,t < n} a_s a_t, \text{ pentru orice } n \geq 5.$$

Pentru ce valori ale lui  $a_1, a_2, a_3, a_4$  este acest șir mărginit ?

\* \* \*

**Clasa a X-a**

**S:L25.309.** Fie  $a, x, y, z > 1$  astfel încât  $xyz = 8$ . Arătați că

$$\log_{ax}(a+y) + \log_{ay}(a+z) + \log_{az}(a+x) \geq 3 \log_{2a} 2 + \frac{3}{2}.$$

*Cătălin Cristea, Craiova*

**S:L25.310.** Rezolvați în  $\mathbb{R}$  sistemul

$$\begin{cases} x + \sqrt[3]{y} = 2 \\ y + \sqrt[3]{z} = 2 \\ z + \sqrt[3]{x} = 2. \end{cases}$$

*Monica Matei și Gigi Zaharia, Craiova*

**S:L25.311.** Determinați  $z_1, z_2 \in \{z = x + iy \mid x, y \geq 0\}$  cu  $z_1 z_2 = 2i$  și  $|z_1 + z_2| = 2$ .

*Ion Ciudin, Botoșani*

**S:L25.312.** Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $3 \cdot 2^{\frac{x^2-1}{3}} = x^2 + 2$ .

*Vasile Scurtu, Bistrița*