calculează suma lor. Să se arate că printre astfel de sume există două a căror diferenţă este mai mare decât 2.

Olimpiadă Republica Modova, 1999

Problema 14. La trei şcoli sunt înscrişi exact n elevi. Fiecare elev are exact $n+1$ cunoştiinţe în celelalte două şcoli. Să se arate că există trei elevi, câte unul din fiecare şcoală, astfel încât fiecare elev cunoaşte pe fiecare elev.

Bibliografie

[1] Valeriu Baltag, Boris Cinic şi col., *Olimpiadele de matematică ale Republicii Moldova (1957-2001)*, Ed. GIL, Zalău, 2010.
[2] Dan Brânzei şi col., *10 ani de Olimpiade Balcanice ale Juniorilor*, Ed. Paralela 45, Piteşti, 2007.
[3] Arthur Engel, *Probleme de matematică - Strategii de rezolvare*, Ed. GIL, Zalău, 2006.
[4] Laurenţiu Panaitopol, Dinu Şerbănescu, *Probleme de teoria numerelor şi combinatorică pentru juniori*, Ed. GIL, Zalău, 2003.
[5] Valentin Vornicu, *Olimpiada de matematică, de la provocare la experienţă*, Ed. GIL, Zalău, 2003.

EXAMENE ŞI CONCURSURI

A 52–A OLIMPIADĂ INTERNAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

prezentare de Cristian Alexandrescu [1)], Mihail Bălună [2)], Radu Gologan [3)], Călin Popescu [4)] şi Dinu Şerbănescu [5)]

În perioada 16–24 iulie 2011 s-a desfăşurat la Amsterdam cea de-a 52–a Olimpiadă Internaţională de Matematică.

România a fost reprezentată de o echipă formată din elevii *Radu Bumbăcea* şi *Alexandru Milu*, clasa a XI-a, Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu" – Bucureşti; *Ömer Cerrahoğlu*, clasa a IX-a, Colegiul Naţional „Vasile Lucaciu" – Baia Mare; *Octav Drăgoi*, clasa a XI-a şi *Marius Tiba*, clasa a XII-a, Liceul Internaţional de Informatică – Bucureşti şi *Tudor Pădurariu*, clasa a XII-a, Colegiul Naţional „Grigore Moisil" – Oneşti.

[1)] Colegiul Naţional „Ion Creangă", Bucureşti.
[2)] Colegiul Naţional „Mihai Viteazul", Bucureşti.
[3)] Universitatea Politehnică Bucureşti.
[4)] Institutul de Matematică al Academiei Române.
[5)] Colegiul Naţional „Sfântul Sava", Bucureşti.

Rezultatul copiilor români poate fi considerat foarte bun: *Octav Drăgoi* a obţinut medalie de aur, ceilalţi au obţinut medalie de argint, iar în clasamentul (neoficial) pe ţări România a ocupat un foarte onorant loc 8.

Echipa României

Problemele au fost dificile în ansamblu, un singur concurent – din Germania – reuşind să obţină maximul de puncte.

Prima zi

Problema 1. Pentru orice mulţime $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, formată din patru numere naturale nenule distincte, notăm cu s_A suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$. Fie n_A numărul de perechi (i, j), cu $1 \leq i < j \leq 4$, pentru care $a_i + a_j$ divide s_A. Determinaţi mulţimile A pentru care n_A ia valoarea maximă.

Problema 2. Fie S o mulţime finită de puncte din plan ce conţine cel puţin două puncte, astfel încât oricare trei puncte nu sunt coliniare. Prin *moară de vânt* definim urmatorul proces: considerăm o dreaptă ℓ ce trece printr-un singur punct $P \in S$. Dreapta ℓ se roteşte în sensul acelor de ceasornic în jurul punctului *pivot* P până întâlneşte pentru prima dată un alt punct Q aparţinând mulţimii S. Punctul Q devine noul pivot în jurul căruia dreapta ℓ continuă să se rotească în sens orar, până va întâlni din nou pentru prima dată un punct din mulţimea S. Procesul continuă indefinit, pivotul fiind de fiecare dată un punct din S.

Demonstraţi că există un punct $P \in S$ şi o dreaptă iniţială ℓ ce conţine P, astfel încât moara de vânt să treacă de o infinitate de ori prin fiecare punct din S.

Problema 3. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie cu proprietatea:

$$f(x + y) \leq yf(x) + f(f(x))$$

pentru orice numere reale x şi y.

Demonstraţi că $f(x) = 0$ pentru orice număr $x \leq 0$.

A doua zi

Problema 4. Fie n un număr natural strict pozitiv. Considerăm o balanţă cu două talere şi n greutăţi având valorile $2^0, 2^1, \ldots, 2^{n-1}$, respectiv. Cele n greutăţi sunt puse pe rând pe unul dintre talerele balanţei, într-o secvenţă de n mutări. Prima mutare constă în alegerea unei greutăţi şi plasarea ei pe talerul stâng. Fiecare dintre următoarele mutări constă în plasarea uneia dintre greutăţile rămase pe unul dintre talere, în aşa fel încât în fiecare moment talerul din dreapta nu este mai greu decât talerul din stânga.

Determinaţi numărul de astfel de secvenţe de n mutări.

Problema 5. Considerăm o funcţie $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}^*$, astfel încât, pentru orice întregi m şi n, diferenţa $f(m) - f(n)$ se divide prin $f(m - n)$.

Demonstraţi că, pentru orice întregi m, n pentru care $f(m) \leq f(n)$, $f(n)$ se divide prin $f(m)$.

Problema 6. Fie ABC un triunghi ascuţitunghic şi Γ cercul său circumscris. Considerăm o dreaptă ℓ tangentă la Γ. Fie ℓ_a, ℓ_b, respectiv ℓ_c simetricele lui ℓ faţă de dreptele BC, CA, respectiv AB.

Arătaţi că cercul circumscris triunghiului determinat de dreptele ℓ_a, ℓ_b şi ℓ_c este tangent cercului Γ.

Prezentăm în continuare **soluţii ale problemelor**, date de elevii noştri în concurs sau preluate din lista oficială.

1. Fără a restrânge generalitatea, presupunem că $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$. Atunci $a_3 + a_4 > a_1 + a_2$, deci $a_3 + a_4 > \frac{1}{2}s_A$; cum $a_3 + a_4 < s_A$ deducem că $a_3 + a_4$ nu divide s_A. Analog se arată că $a_2 + a_4 \in \left(\frac{1}{2}s_A, s_A\right)$, deci $a_2 + a_4$ nu divide s_A, prin urmare $n_A \leq 4$.

Vom arăta că $n_A = 4$ – pentru anumite mulţimi. Din cele de mai sus rezultă că, în acest caz, $a_1 + a_2, a_1 + a_3, a_1 + a_4, a_2 + a_3$ divid s_A; deoarece $(a_1 + a_4) + (a_2 + a_3) = s_A$, deducem că $a_1 + a_4 = a_2 + a_3 = \frac{1}{2}s_A$. Fie u, v numere naturale astfel încât $a_1 + a_2 = \frac{1}{u}s_A$ şi $a_1 + a_3 = \frac{1}{v}s_A$. Cum $a_1 + a_2 < a_2 + a_3 = \frac{1}{2}s_A$ şi $a_1 + a_3 < a_2 + a_3 = \frac{1}{2}s_A$, rezultă că $u, v \geq 3$. În plus, $a_1 + a_2 < a_1 + a_3$, deci $u > v \geq 3$.

Adunând relaţiile $a_1 + a_2 = \frac{1}{u}s_A$ şi $a_1 + a_3 = \frac{1}{v}s_A$, obţinem:

$$\left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v}\right) s_A = 2a_1 + a_2 + a_3 > a_2 + a_3 = \frac{1}{2}s_A,$$

deci $\dfrac{1}{u}+\dfrac{1}{v}>\dfrac{1}{2}$. Dacă $u>v\geq 4$, atunci $\dfrac{1}{u}+\dfrac{1}{v}<\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$, contradicţie, deci $v=3$. Rezultă $\dfrac{1}{v}>\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$, adică $v<6$, de unde $v=4$ sau $v=5$.

Cazul $v=4$ implică $(a_1,a_2,a_3,a_4)=\left(\dfrac{1}{24}s_A,\dfrac{5}{24}s_A,\dfrac{7}{24}s_A,\dfrac{11}{24}s_A\right)$, deci $A=\{d,5d,7d,11d\}$, cu $d\in\mathbb{N}^*$.

Cazul $v=5$ implică $(a_1,a_2,a_3,a_4)=\left(\dfrac{1}{60}s_A,\dfrac{11}{60}s_A,\dfrac{19}{60}s_A,\dfrac{29}{60}s_A\right)$, deci $A=\{d,11d,19d,29d\}$, cu $d\in\mathbb{N}^*$.

Toţi elevii români – cu excepţia lui *Tudor Pădurariu*, care a „uitat” cazul $v=5$ şi a ratat astfel medalia de aur – au rezolvat complet această problemă, folosind, în esenţă, ideile de mai sus.

2. Fixăm o orientare a planului – de exemplu, cea trigonometrică. O semidreaptă s, care are originea într-un punct x al mulţimii S, se numeşte semidreaptă *separatoare* a lui S, dacă, orientând dreapta-suport ℓ a lui s astfel încât s să fie semiaxa pozitivă, semiplanul deschis pozitiv, respectiv negativ, determinat de ℓ conţine $\left\lfloor \dfrac{1}{2}|S|\right\rfloor$, respectiv $\left\lfloor \dfrac{1}{2}(|S|-1)\right\rfloor$, puncte din S; în mod evident, x este singurul punct din S situat pe dreapta ℓ. Este uşor de arătat că orice punct din S este originea unei infinităţi de semidrepte separatoare ale lui S.

Reuniunea $\sigma(x)$ a tuturor semidreptelor separatoare deschise, care au originea în punctul x al lui S, este *steaua separatoare* a lui S centrată în punctul x. Steaua $\sigma(x)$ este reuniunea disjunctă a interioarelor unui număr finit de unghiuri care au vârful în x. Frontiera ei este reuniunea laturilor acestor unghiuri. Întrucât punctele lui S sunt în poziţie generală, dreapta-suport a fiecărei astfel de laturi trece prin exact două puncte din S, unul dintre ele fiind chiar centrul x al stelei.

Fie γ un cerc care conţine în interior toate punctele de intersecţie ale dreptelor determinate de perechile de puncte distincte din S. Cercul γ intersectează frontierele stelelor $\sigma(x)$, $x\in S$, într-un număr finit de puncte; fie T mulţimea acestor puncte. Este uşor de arătat că cele $|S|$ urme $\gamma\cap\sigma(x)$, $x\in S$, formează o partiţie a mulţimii $\gamma\setminus T$; la rândul său, fiecare astfel de urmă este reuniunea disjunctă a unui număr finit de arce deschise. Prin urmare, dreapta care uneşte un punct mobil pe $\gamma\setminus T$, cu centrul unicei stele separatoare care îl conţine, descrie o moară de vânt al cărei pivot parcurge periodic mulţimea S; dreapta generatoare schimbă pivotul la fiecare trecere printr-un punct din T.

În plus, o etichetare circulară a urmelor $\gamma\cap\sigma(x)$, $x\in S$ – componentelor unei urme fiindu-le atribuită aceeaşi etichetă – permite citirea efectivă atât a ordinii în care punctele lui S devin pivot al dreptei generatoare, cât şi a numărului de pivotări ale acesteia în jurul unui punct din S pe parcursul unei perioade.

În fine, în cazul în care $|S|$ este impar, fiecare stea separatoare a lui S, centrată într-un punct din S, este simetrică în raport cu centrul său, deci dreapta generatoare va pivota cel puţin o dată în jurul fiecărui punct din S pe parcursul unei rotaţii semicomplete a sale; în cazul în care $|S|$ este par, în general este necesară o rotaţie completă a dreptei generatoare, pentru ca ea să pivoteze cel puţin o dată în jurul fiecărui punct din S.

La această problemă niciunul dintre elevii români nu a reuşit un progres substanţial, dar aceasta a fost valabil şi pentru componenţii celorlalte echipe de top; rezolvarea non-standard a făcut ca la această problemă să fie rezultate mai slabe decât la problema 3, considerată iniţial mai grea.

3. *Prima soluţie. Tudor* şi *Ömer* au rezolvări asemănătoare, bazate pe următoarele remarci:

1) pentru $y = 0$ obţinem $f(x) \leq f(f(x))$, oricare ar fi x;

2) pentru $y = f(x) - x$ obţinem $f(f(x)) \leq (f(x) - x)f(x) + f(f(x))$, deci $f(x)(f(x) - x) \geq 0$ pentru orice x;

3) $f(x) \leq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, căci dacă există $a \in \mathbb{R}$ cu $f(a) > 0$, atunci pentru $x = a$ şi $y = t - a$ rezultă $f(t) \leq (t - a)f(a) + f(f(a))$, ceea ce implică $\lim\limits_{t \to -\infty} f(t) = -\infty$ şi $\lim\limits_{t \to -\infty} f(f(t)) = -\infty$, în contradicţie cu $f(a) = f(x + (a - x)) \leq (a - x)f(x) + f(f(x))$;

4) dacă $x < -\sqrt{f(0)}$ şi $f(x) \neq 0$, atunci $f(x) < 0$, iar din 2) $f(x) \leq x$, de unde $xf(x) \geq x^2 > -f(0)$ – fals – deci $f(x) = 0$ pentru $x < -\sqrt{f(0)}$;

5) pentu $x < -\sqrt{f(0)}$, din 1) şi 4) reiese $0 \leq f(0)$ deci, conform 3), $f(0) = 0$.

Observaţiile 4) şi 5) ne dau concluzia cerută.

A doua soluţie. Octav începe prin a observa că, pentru $x = 0$ obţinem $f(y) \leq yf(0) + f(f(0))$, deci, punând $y = f(x)$, $f(f(x)) \leq f(x)f(0) + f(f(0))$. Combinând aceasta cu ipoteza deducem:

$$f(x + y) \leq yf(x) + f(x)f(0) + f(f(0)) \tag{1}$$

de unde, pentru $y = -f(0)$ reiese $f(x - f(0)) \leq f(f(0))$. Cum orice număr real poate fi scris în forma $x - f(0)$, aceasta arată că:

$$f(f(x)) \leq f(f(0)), \forall x \in \mathbb{R}. \tag{2}$$

Tot din ipoteză şi din (2), pentru $y = -x$ reiese:

$$f(0) \leq -xf(x) + f(f(x)) \leq -xf(x) + f(f(0)),$$

deci:

$$xf(x) \leq f(f(0)) - f(0) := c, \forall x \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

Să presupunem acum că există $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(a) > 0$. Atunci, ca la 3) din soluţia precedentă, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$, deci $\lim\limits_{x \to -\infty} xf(x) = \infty$ ceea ce contrazice (3). Astfel:

$$f(x) \leq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}. \tag{4}$$

Să arătăm acum că $c = 0$. Pentru $x = f(0)$ şi $y = c$, din ipoteză obţinem $f^{[3]}(0) \leq cf^{[2]}(0) + f^{[3]}(0)$, deci $0 \leq cf^{[2]}(0)$. Presupunând $c \neq 0$, din (3) reiese $c > 0$, deci $f^{[2]}(0) \geq 0$, iar (4) duce la:

$$f^{[2]}(0) = 0.$$

Pe de altă parte, $f(x) \leq f(f(x))$, de unde $f^{[2]}(0) \leq f^{[3]}(0)$. Apoi, din (2), $f^{[3]}(0) \leq f^{[2]}(0)$, deci $f^{[3]}(0) = f^{[2]}(0)$. Rezultă:

$$0 = f^{[2]}(0) = f^{[3]}(0) = f(f^{[2]}(0)) = f(0),$$

ceea ce arată că presupunerea este falsă.

Aşadar $c = 0$, deci (3) şi (4) arată că $f(x) = 0$ pentru $x < 0$. În plus, dacă $f(0) \neq 0$, atunci $f(0) < 0$, de unde $f(f(0)) = 0$, în contradicţie cu $c = 0$.

4. *Prima soluţie* (considerată cu mici modificări de toţi elevii români) este, în varianta lui *Tudor*, următoarea: punând pentru consistenţă $f(0) = 1$ se obţine relaţia de recurenţă:

$$f(n) = \sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} f(i-1)(n-i)2^{n-i}.$$

Într-adevăr, să presupunem că greutatea 2^{n-1} a fost aşezată la pasul i. Ea trebuie pusă pe talerul stâng. Atunci, pentru mutările precedente avem $\binom{n-1}{i-1}$ alegeri ale greutăţilor şi $f(i-1)$ aşezări corecte ale lor. Pentru mutările ulterioare nu vor mai exista restricţii la aşezări, deci avem toate cele $(n-i)!2^{n-i}$ posibilităţi.

Notând acum, pentru simplificarea scrierii, $a_n = \dfrac{f(n)}{n!2^n}$, recurenţa devine

$$2na_n = a_0 + a_1 + \ldots + a_{n-1},$$

care scrisă şi pentru $n-1$ duce la $a_n = a_{n-1}\dfrac{2n-1}{2n}$, de unde:

$$a_n = \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2n},$$

care conduce imediat la rezultat.

A doua soluţie (prezentată în lista scurtă). Arătăm că numărul căutat este $f(n) = (2n-1)!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)$, demonstrând relaţia de recurenţă $f(n) = (2n-1)f(n-1)$, care duce imediat la rezultatul anunţat.

Să observăm că după prima mutare talerul din stânga este cu cel puţin o unitate mai greu decât cel din dreapta. Prin urmare, orice secvenţă de mutări corespunde, prin eliminarea greutăţii 1, cu o secvenţă de mutări pentru greutăţile $2, 2^2, \ldots, 2^{n-1}$, sau, ceea ce este acelaşi lucru cu a aşeza greutăţile $1, 2, 2^2, \ldots, 2^{n-2}$. Aceasta se poate face în $f(n-1)$ moduri.

Să observăm acum că greutatea 1 poate fi aşezată în prima mutare doar pe talerul stâng iar apoi, date fiind celelalte mutări fixate, pe oricare din talere corespunzătoare fiecărei mutări din cele fixate (la aşezarea pentru $f(n-1)$ considerată mai sus). Rezultă $f(n) = (2n-1)f(n-1)$, adică ceea ce trebuia arătat.

La această problemă toţi componenţii echipei României au obţinut punctajul maxim.

5. Fie m, n întregi pentru care $f(m) < f(n)$. Din condiţia dată rezultă:

$$f(m-n) \text{ divide } |f(m) - f(n)| = f(n) - f(m) > 0,$$

deci $f(m-n) \le f(m) - f(n) < f(m)$. Prin urmare numărul întreg $d = f(m) - f(m-n)$ verifică inegalităţile:

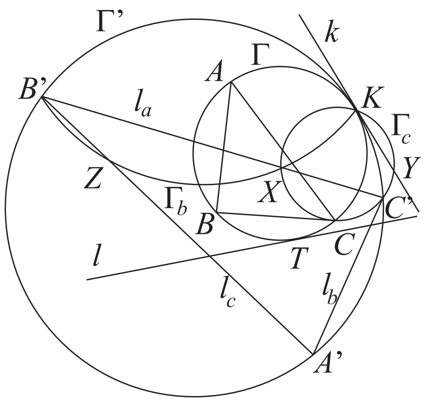
$$-f(n) < -f(m-n) < d < f(m) < f(n).$$

Înlocuind acum pe n cu $m-n$ în relaţia din enunţ obţinem $f(n)|d$, deci $d = 0$, adică $f(m) = f(m-n)$, ceea ce duce în relaţia din enunţ la $f(m)|f(m) - f(n)$, adică $f(m)|f(n)$.

Elevii noştri au obţinut la această problemă un rezultat foarte bun, cu excepţia lui *Ömer Cerrahoğlu*, care, gândindu-se probabil la dificultatea problemei de pe poziţia a doua din prima zi, s-a încurcat în consideraţii complicate ce duceau la descrierea funcţiilor cu această proprietate. A pierdut astfel 3 puncte şi, cu aceasta, şi medalia de aur aşteptată. În fapt, cu metodele dezvoltate în lucrare de *Ömer* şi *Alexandru* se poate ajunge uşor la descrierea tuturor funcţiior din problemă:

pentru orice astfel de funcţie există $\pm 1 = a_k \mid a_{k-1} \mid \ldots \mid a_1$ *numere naturale distincte şi* $b_k \mid b_{k-1} \mid \ldots \mid b_1$ *numere naturale nenule astfel încât*

$$f(n) = b_{i(n)}, \text{ unde } i(n) = \min\{i : a_i|n\}.$$



6. Vom folosi unghiuri orientate. Date fiind dreptele a şi b, notăm $\sphericalangle(a, b)$ măsura unghiului măturat de dreapta a rotită în sens trigonometric până când devine paralelă cu b. Astfel, unghiurile orientate sunt considerate modulo $180°$.

Notăm cu T punctul de tangenţă al dreptei ℓ cu cercul Γ. Fie A', B' şi C' punctele de intersecţie ale perechilor de drepte ℓ_b şi ℓ_c, ℓ_a şi ℓ_c, respectiv ℓ_a şi ℓ_b. Fie X, Y, Z simetricele punctului T faţă de dreptele BC, CA, AB respectiv.

Deoarece proiecţiile punctului T pe dreptele BC, CA, AB sunt coliniare, conform teoremei lui *Simson*, rezultă că punctele X, Y, Z sunt de asemenea coliniare.

Notăm $\alpha = \sphericalangle(\ell, TC) = \sphericalangle(BT, BC)$. Din simetria faţă de dreptele AC şi BC rezultă:

$$\sphericalangle(BC, BX) = \sphericalangle(BT, BC) = \alpha \text{ şi } \sphericalangle(XC, XC') = \sphericalangle(\ell, TC) = \sphericalangle(YC, YC') = \alpha.$$

Din $\sphericalangle(XC, XC') = \sphericalangle(YC, YC')$ rezultă că punctele X, Y, C, C' sunt conciclice; fie Γ_c cercul ce conţine aceste puncte. Definim analog cercurile Γ_a şi Γ_b, şi notăm Γ' cercul circumscris triunghiului $A'B'C'$.

Aplicând teorema lui *Miquel* dreptelor $A'B'$, $A'C'$, $B'C'$ şi XY, deducem că cercurile Γ_c, Γ_a, Γ_b şi Γ' au un punct comun K. Vom arăta că punctul K aparţine cercului Γ şi că tangentele în K la cercurile Γ şi Γ' coincid, de unde va rezulta cerinţa problemei.

Din simetrie avem $XB = TB = ZB$, deci punctul B este mijocul unuia din arcele XZ ale cercului Γ_b. Rezultă $\sphericalangle(KB, KX) = \sphericalangle(XZ, XB)$. Analog $\sphericalangle(KX, KC) = \sphericalangle(XC, XY)$. Adunând aceste egalităţi şi folosind simetria faţă de dreapta BC obţinem:

$$\sphericalangle(KB, KC) = \sphericalangle(XZ, XB) + \sphericalangle(XC, XZ) = \sphericalangle(XC, XB) = \sphericalangle(TB, TC).$$

Aşadar punctul K aparţine cercului Γ.

Fie k dreapta tangentă la cercul Γ în punctul K. Atunci:

$$\sphericalangle(k, KC') = \sphericalangle(k, KC) + \sphericalangle(KC, KC') = \sphericalangle(KB, BC) + \sphericalangle(XC, XC') =$$
$$= (\sphericalangle(KB, BX) - \sphericalangle(BC, BX)) + \alpha = \sphericalangle(KB', B'X) - \alpha + \alpha = \sphericalangle(KB', B'X),$$

ceea ce implică tangenţa dreptei k la cercul Γ şi soluţia este completă.

Această problemă a fost rezolvată complet doar de 3 concurenţi.

CONCURSUL ŞI TABĂRA GAZETA MATEMATICĂ ŞI VIITORIOLIMPICI.RO

Etapa finală 2010 – 2011, Câmpulung Muscel

prezentare de Roxana Diaconescu[1)], Manuela Prajea[2)] şi Monica Sas [3)]

Concursul Gazetei Matematice, iniţiat în 1905 de către redactorii Gazetei Matematice, s-a desfăsurat şi în acest an la Câmpulung Muscel în perioada 15-19 august 2011, ca etapa finală a concursului rezolvitorilor Gazetei şi a celui de pe site-ul ViitoriOlimpici.ro. Manifestarea a avut loc în cadrul proiectului „Matematica Altfel“, un parteneriat al Societăţii de Matematică din România şi al fundaţiei Romanian-American Foundation. Acest concurs a început în octombrie 2010 şi s-a desfăşurat atât pe site-ul ViitoriOlimpici.ro

1) Profesor, Colegiul German „Goethe“, Bucureşti
2) Profesor, Colegiul Naţional „Traian“, Drobeta - Turnu Severin
3) Profesor, Grupul Şcolar Sanitar, Bistriţa